

# Simulations d'un modèle basé sur l'hypothèse du cycle de vie Simulations of a model based on the life-cycle hypothesis

Jean-Pierre Aubry et Diane Fleurent

Volume 55, numéro 4, octobre-décembre 1979

URI : <https://id.erudit.org/iderudit/800847ar>

DOI : <https://doi.org/10.7202/800847ar>

[Aller au sommaire du numéro](#)

Éditeur(s)

HEC Montréal

ISSN

0001-771X (imprimé)

1710-3991 (numérique)

[Découvrir la revue](#)

Citer cet article

Aubry, J.-P. & Fleurent, D. (1979). Simulations d'un modèle basé sur l'hypothèse du cycle de vie. *L'Actualité économique*, 55(4), 467-500.  
<https://doi.org/10.7202/800847ar>

Résumé de l'article

This study was undertaken in order to provide better insight into the dynamics of the life-cycle model and to develop a set of quantitative relationships that model the behaviour of macroeconomic aggregates. To begin, a microeconomic model was constructed which could, with a certain accuracy, reproduce behaviour patterns based on the life-cycle hypothesis and, with the aid of observed data on the Canadian population structure, generate a number of macroeconomic variables implied by this behaviour. The dynamics of this model were then examined in a number of simulations in which the effects of variations in population structure, as well as developments in incomes and the interest rate were analyzed. In a third step, we attempted to estimate certain standard consumption functions using the aggregate data generated by the model. While the estimates we obtained met current econometric criteria, these functions, especially where the interest rate was concerned, did not adequately reproduce the model used to generate the data. Finally we tested other formulations which seemed likely to yield a more acceptable representation of the basic model. This exercise, however, proved disappointing.

In conclusion, it was ascertained that the study will have to be further refined in order to integrate into the macroeconomic formulations certain adjustments that would take into account demographic variations as well as the intertemporal substitution effect.

# SIMULATIONS D'UN MODÈLE BASÉ SUR L'HYPOTHÈSE DU CYCLE DE VIE \*

## 1. INTRODUCTION

La théorie du cycle de vie est l'une des théories le plus souvent utilisées pour expliquer le niveau de consommation d'un individu. Cette théorie est fort attrayante parce qu'elle englobe en un tout cohérent un ensemble de facteurs tels l'âge du consommateur, ses anticipations concernant son revenu et le taux d'intérêt, ainsi que sa contrainte budgétaire. L'agrégation de tous les comportements individuels, rendue possible par l'addition d'hypothèses simplificatrices, a permis une formulation macro-économique de la théorie du cycle de vie. Cependant, la vérification empirique de cette fonction agrégée cause de nombreux problèmes aux économètres qui tentent de l'estimer.

La recherche présentée dans ce texte a été entreprise dans le but de mieux comprendre la dynamique de ce modèle et de déduire un ensemble de relations quantitatives susceptibles de modéliser le comportement des agrégats macro-économiques. Pour ce faire, nous avons construit, dans un premier temps, un modèle macro-économique de consommation provenant de l'agrégation de données fictives micro-économiques. Ces données sont elles-mêmes générées à l'aide de prévisions fictives du revenu salarial et des taux d'intérêt ainsi que d'une fonction d'utilité choisie a priori. L'ensemble des paramètres a été choisi dans le but d'obtenir un modèle vraisemblable. Dans un deuxième temps, nous avons changé tour à tour une série de paramètres afin d'analyser la dynamique de ce modèle. Dans un troisième temps, nous avons vérifié si les fonctions de consommation macro-économiques peuvent reproduire cette dynamique. De cette analyse, nous tirons une série de conclusions qui devraient nous aider ultérieurement pour estimer la fonction de consommation.

---

\* Communication présentée au 19<sup>e</sup> Congrès annuel de la Société canadienne de science économique qui s'est tenu à l'Université de Montréal les 9, 10 et 11 mai 1979. Les opinions exprimées dans cette étude sont celles des auteurs et n'engagent pas la Banque du Canada. Nous tenons à remercier nos collègues et tout spécialement Pierre Duguay pour leurs judicieux commentaires.

## 2. CONSTRUCTION D'UN MODÈLE CLASSIQUE DU CYCLE DE VIE

Afin de construire notre modèle, basé sur l'hypothèse du cycle de vie, nous avons défini un cadre micro-économique soumis aux contraintes fictives suivantes :

- 1) l'individu typique commence à travailler à 20 ans, prend sa retraite à 65 ans et meurt à 75 ans ;
- 2) il ne laisse aucun héritage et n'en reçoit aucun ;
- 3) il planifie sa consommation pour le restant de son existence, étant donné une certaine fonction d'utilité stable, le niveau d'épargne accumulée (richesse actuelle), les anticipations concernant son revenu salarial et le taux d'intérêt (richesse potentielle) ;
- 4) il refait ses anticipations chaque année (en l'absence de nouvelles informations, les précédentes décisions de consommation continuent à prévaloir ;
- 5) il investit sa richesse à un taux de rendement unique dans des actifs liquides (dépôts à terme d'un an) ou il emprunte pour un an à ce même taux ;
- 6) le modèle n'explique pas les décisions d'achat de biens durables (ces décisions, étant donné certaines hypothèses, sont cependant implicites) ;
- 7) les marchés financiers disposent d'informations complètes (l'individu typique peut emprunter sur ses revenus futurs) ;
- 8) il n'y a pas d'illusion monétaire (nous utilisons le revenu salarial réel et le taux d'intérêt réel) ;
- 9) l'économie est composée d'un ensemble d'individus typiques ;
- 10) la situation économique et le comportement de chaque personne d'un même groupe d'âge sont identiques ;
- 11) les revenus salariaux ont été générés en supposant qu'il existe 2 sources de croissance : un taux fixe  $G$  imputable au développement technologique et à l'accroissement du capital et un taux fixe  $GA$ , provenant de la hausse de la productivité due à l'expérience accrue du travailleur.

Nous inspirant de Buttrill White [3] et de Yaari [7], nous supposons que la fonction d'utilité au temps  $t$  pour l'individu d'âge  $j$  est :

$$U_j = \sum_{t=0}^{74-j} \left[ \left( \frac{1}{1-d} \right) c_{j+t}^{1-d} + b \right] (1+p)^{-t} \quad (\text{si } d > 0 \text{ et } \neq 1) \quad (1)$$

et

$$U_j = \sum_{t=0}^{74-j} (\ln c_{j+t} + b) (1+p)^{-t} \quad (\text{si } d = 1) \quad (2)$$

où

$U_j$  = l'utilité

$c_{j+i}$  = flux des services de consommation de l'individu âgé de  $(j+i)$  ans

$p$  = taux de préférence pour le temps

$-d$  = élasticité de l'utilité marginale pour la consommation

$b$  = constante.

La contrainte budgétaire au temps  $t$  pour l'individu de  $j$  ans est la suivante :

$$\sum_{i=0}^{74-j} c_{j+i} (1 + r_{t+i})^{-i} = a_j (1 + r_t) + \sum_{i=0}^{74-j} y_{j+i} (1 + r_{t+i})^{-i} \quad (3)$$

où :

$y_{j+i}$  = revenu salarial de l'individu âgé de  $(j+i)$  ans

$r_t$  = taux d'intérêt réel auquel l'individu peut prêter ou emprunter sans limites pendant l'année  $t$

$a_j$  = richesse nette de l'individu d'âge  $j$  au tout début de la période  $t$  (zéro si  $j = 20$ ).

Si on maximise la fonction d'utilité, en tenant compte de la contrainte budgétaire, on obtient :

$$c_{j+i} = c_j \left[ \frac{1+p}{1+r_{t+i}} \right]^{-i/d} \quad (4)$$

On introduit (4) dans la contrainte budgétaire et on obtient :

$$c_j = [a_j(1 + r_t) + \sum_{i=0}^{74-j} y_{j+i}(1 + r_{t+i})^{-i}] / (\sum_{i=0}^{74-j} (1 + r_{t+i})^{-i} (\frac{1+p}{1+r_{t+i}})^{-i/d}) \quad (5)$$

Ainsi qu'on peut le voir à l'équation (4),  $r$ ,  $p$  et  $d$  ne variant pas avec le temps, nous obtenons une fonction monotone. La richesse ( $a_j$ ) de l'individu, son épargne ( $s_j$ ), et son revenu total ( $y_j$ ) peuvent être déduits à l'aide des relations suivantes :

$$a_j = a_{j-1} + s_{j-1} \text{ pour tout } t. \quad (6)$$

$$s_j = y_j + a_j r_t - c_j \text{ et } y_t = y_j + a_j r_t \quad (7)$$

L'individu recalcule pour toutes les périodes suivantes sa richesse et son épargne à partir des mêmes équations. Finalement, au plan macro-économique, l'épargne globale est calculée en additionnant l'épargne de tous les individus au temps  $t$  :

$$S = \sum_{j=20}^{74} (s_j \times P_j)$$

$$P = \sum_{j=20}^{74} P_j$$

où :

$P_j$  = nombre de personnes âgées de  $j$  ans et

$P$  = population totale.

De même, le revenu global (salarial) est :

$$YW = \sum_{j=20}^{74} (y_j \times P_j) \quad (8)$$

Le taux d'épargne salarial peut donc être calculé :

$$TE = S/YW \quad (9)$$

### 3. CONSTRUCTION DE LA SOLUTION DE RÉFÉRENCE

Notre solution de référence a été construite à l'aide d'un ensemble d'hypothèses simples choisies dans le but de maximiser la vraisemblance de notre modèle. Dans notre solution de référence, les anticipations concernant le revenu salarial et le taux d'intérêt réel sont pleinement réalisées. De plus, les niveaux de consommation planifiés au début de la période de simulation sont réalisés dans les années suivantes et ils s'avèrent exacts en ce sens qu'ils maximisent la fonction d'utilité à chaque période.

La croissance attendue et réalisée du revenu salarial (réel disponible) est de 2.5% par année pour chaque individu. Nous avons attribué 2% de croissance à la productivité générée par l'accroissement de capital et par le développement technologique (G) et 0.5% (GA) de croissance à la productivité obtenue par l'addition d'une année d'expérience. Au niveau agrégé, nous obtenons un taux de croissance de 2% par année, ce qui est tout près du taux de croissance du salaire réel disponible par travailleur, observé au cours des vingt dernières années au Canada. Le taux d'intérêt réel a été défini à 2% par année. Ce chiffre est comparable au taux réel<sup>1</sup> moyen versé sur les dépôts à terme d'un an par les sociétés de fiducie pour la période 1953-1976.

---

1. Le taux d'intérêt réel a été obtenu en soustrayant du taux nominal du début de l'année, le taux d'accroissement de l'indice des prix à la consommation (IPC) de cette même année.

Afin de déterminer les paramètres  $p$  et  $d$  qui définissent la fonction d'utilité (équations 1 et 2) de l'individu typique, nous avons cherché la combinaison qui nous donnerait un taux d'épargne agrégé similaire à celui observé au Canada (moyenne de 0.075 pour la période 1953-1977). Dans la solution de référence, l'agrégation des séries micro-économiques a été faite à l'aide de la distribution de la population canadienne de 20 à 75 ans de l'année 1974. Afin que le taux d'épargne agrégé soit constant dans la solution de référence, nous avons maintenu artificiellement <sup>2</sup> le même niveau de population et la distribution de 1974 sur l'ensemble de la période de simulation (100 ans). Le choix de  $d = 1.5$ ,  $b = 0$  et  $p = 0$  nous donne un taux d'épargne constant (épargne sur le revenu total) de 0.0828. Le taux d'épargne salarial (épargne sur le revenu salarial) est de 0.0854.

Au niveau micro-économique, la courbe de consommation en fonction de l'âge (anticipations de l'individu pour toute sa vie) est donnée au graphique 1.3. Cette courbe peut être dérivée explicitement à l'aide de l'équation 4 et des valeurs de  $p$ ,  $d$  et  $r$  :

$$c_{j+1} = c_j (1.02)^{21/3}.$$

L'individu anticipera le taux d'épargne que l'on a reproduit au graphique 1.5. Au niveau macro-économique, étant donné  $G$  défini à 2%, la consommation des gens selon leur âge (coupe transversale) suivra la courbe présentée au graphique 1.4 et le taux d'épargne dans l'économie à un moment donné suivra la courbe du graphique 1.5 <sup>3</sup>.

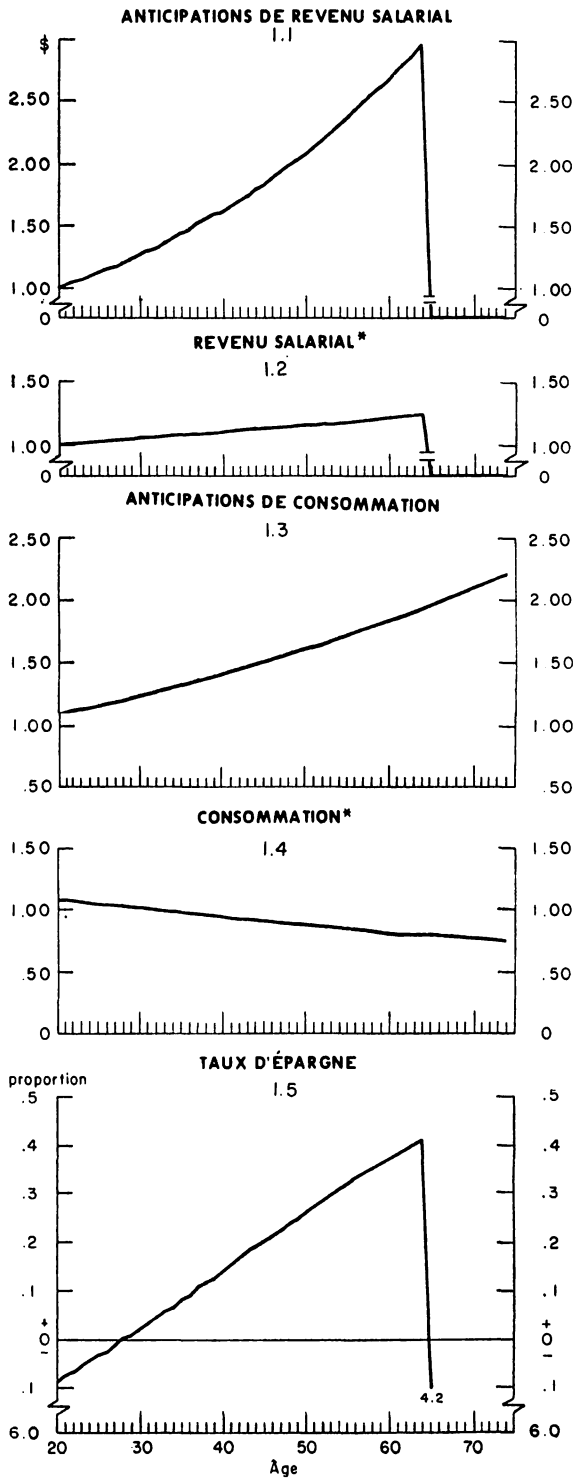
#### 4. SIMULATIONS DE CHOCS STANDARD

Nous présentons maintenant les chocs effectués sur le modèle simple décrit plus haut. Ces chocs ont été simulés dans le but de comprendre la dynamique du modèle.

2. Les incohérences qui en découlent n'affectent pas les résultats qui vont suivre. Afin d'analyser les effets de la structure de population sur le taux d'épargne, nous avons défini trois autres solutions de référence basées sur différentes hypothèses concernant la structure de population. Quelques chocs ont été effectués sur ces quatre solutions de référence et nous avons trouvé que les résultats obtenus sur la solution de référence avec la population fixe de (1974) sont très semblables à ceux obtenus sur la solution de référence avec la population observée de 1947 à 1974.

3. Nous avons développé dans notre rapport technique n° 18 de la Banque du Canada un modèle plus complexe qui inclut la fonction de famille. Il s'agit d'une fonction qui tient compte du changement dans la taille de la famille et qui génère une courbe de consommation non monotone. Nous avons refait quelques chocs sur ce modèle complexe et nous avons noté que la dynamique est similaire à celle du modèle simple. On pourra également trouver dans le rapport technique une annexe incluant quelques chocs effectués sur l'âge de la retraite, l'âge du décès et l'âge d'entrée sur le marché du travail.

Graphique 1  
**MODÈLE DU CYCLE DE VIE**



\* Coupe instantannée au temps  $t=1$ .

#### 4.1 Effets des variations de la structure d'âge

Tel que mentionné plus haut, nous avons utilisé dans la solution de référence la distribution des différents groupes d'âge de 1974 (population de 20-75 ans).

20-24 ans	25-44 ans	45-54 ans	55-64 ans	65-74 ans
0.1521	0.4423	0.1813	0.1363	0.0878

Nous avons solutionné notre modèle en y incluant la distribution des différents groupes d'âge observés de 1947-1974 et présentés au tableau 1 (voir graphique 2). Ce choc a été fait dans le but de mesurer l'effet des variations de cette distribution sur le taux d'épargne et ainsi d'évaluer le biais d'agrégation des fonctions macro-économiques<sup>4</sup>. En effet, les relations utilisées pour estimer au niveau macro-économique la théorie du cycle de vie sont obtenues à l'aide d'agrégation de relations micro-économiques en faisant l'hypothèse qu'il n'y a pas de changement dans la distribution des groupes d'âge [1].

TABLEAU 1  
POPULATION AU CANADA SELON LES GROUPES D'ÂGE  
(1947-2001)

Années	20-24	25-44	45-54	55-64	65-74
1947	0.1435	0.4732	0.1681	0.1335	0.0816
1948	0.1408	0.4743	0.1680	0.1333	0.0837
1949	0.1381	0.4770	0.1680	0.1316	0.0854
1950	0.1346	0.4796	0.1681	0.1302	0.0873
1951	0.1302	0.4834	0.1682	0.1287	0.0895
1952	0.1282	0.4858	0.1690	0.1276	0.0895
1953	0.1264	0.4873	0.1700	0.1267	0.0895
1954	0.1246	0.4888	0.1712	0.1259	0.0896
1955	0.1229	0.4898	0.1724	0.1251	0.0898
1956	0.1216	0.4904	0.1737	0.1243	0.0899
1957	0.1214	0.4908	0.1752	0.1238	0.0888
1958	0.1208	0.4899	0.1774	0.1239	0.0880
1959	0.1191	0.4874	0.1805	0.1251	0.0879
1960	0.1180	0.4847	0.1832	0.1263	0.0879
1961	0.1171	0.4818	0.1858	0.1275	0.0880
1962	0.1188	0.4768	0.1875	0.1292	0.0878
1963	0.1218	0.4712	0.1886	0.1308	0.0875
1964	0.1252	0.4663	0.1890	0.1321	0.0873
1965	0.1286	0.4614	0.1893	0.1335	0.0873
1966	0.1328	0.4567	0.1888	0.1345	0.0871
1967	0.1380	0.4526	0.1881	0.1350	0.0863

4. Il est à noter que dans notre modèle, un accroissement de la population n'aura aucun effet sur le taux d'épargne, si la structure d'âge reste inchangée.



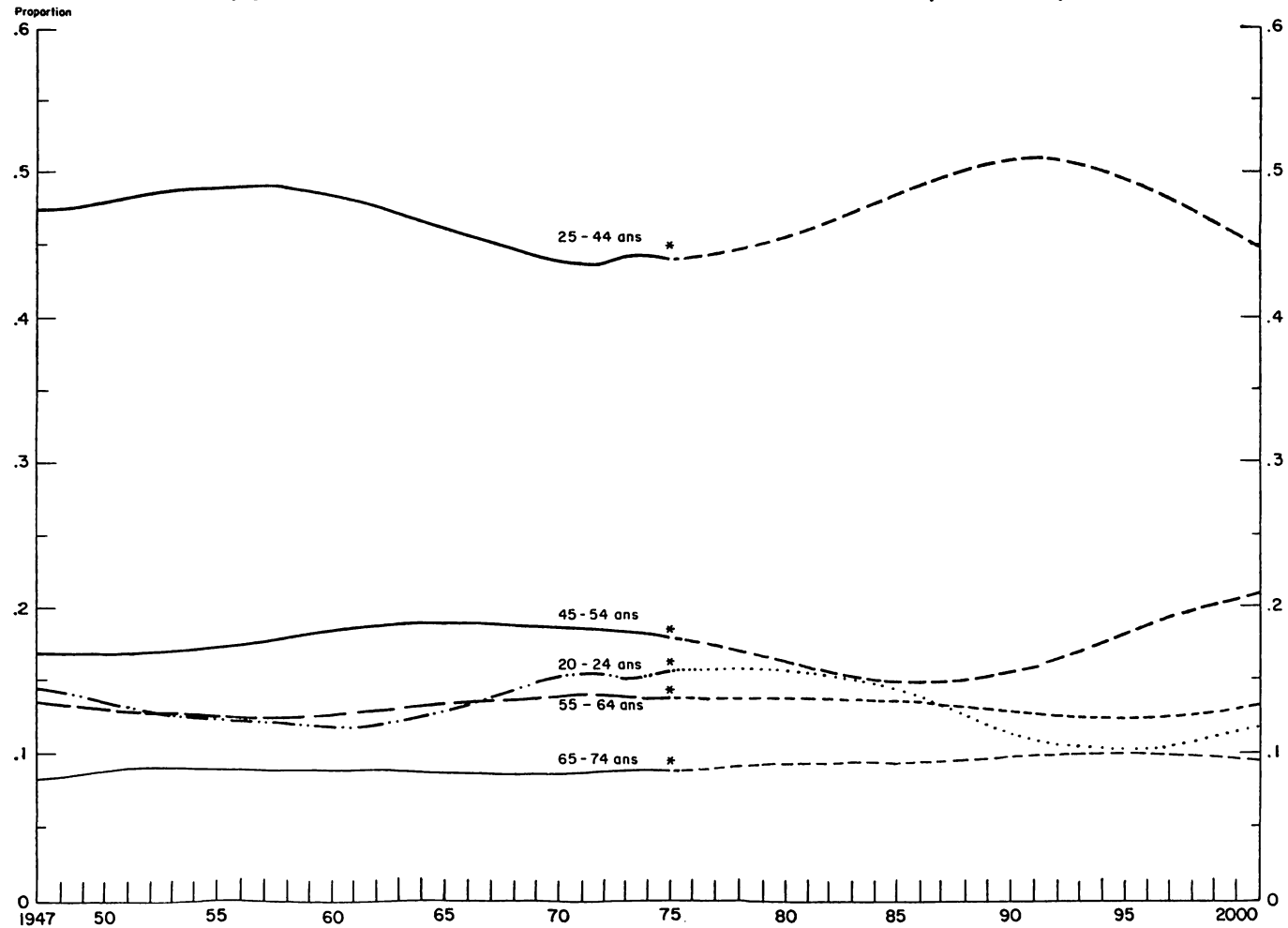
TABLEAU 1 (*suite*)POPULATION AU CANADA SELON LES GROUPES D'ÂGE  
(1947-2001)

Années	20-24	25-44	45-54	55-64	65-74
1968	0.1430	0.4482	0.1873	0.1358	0.0857
1969	0.1480	0.4434	0.1868	0.1367	0.0850
1970	0.1518	0.4402	0.1859	0.1373	0.0847
1971	0.1523	0.4366	0.1847	0.1396	0.0869
1972	0.1540	0.4356	0.1836	0.1394	0.0873
1973	0.1502	0.4407	0.1833	0.1379	0.0878
1974	0.1521	0.4423	0.1813	0.1363	0.0879
1975*	0.1563	0.4387	0.1790	0.1376	0.0885
1976	0.1566	0.4411	0.1762	0.1372	0.0889
1977	0.1567	0.4439	0.1730	0.1369	0.0895
1978	0.1568	0.4471	0.1692	0.1367	0.0901
1979	0.1566	0.4508	0.1652	0.1367	0.0907
1980	0.1558	0.4551	0.1614	0.1365	0.0912
1981	0.1544	0.4600	0.1578	0.1362	0.0916
1982	0.1524	0.4657	0.1544	0.1358	0.0918
1983	0.1497	0.4715	0.1513	0.1355	0.0919
1984	0.1465	0.4779	0.1488	0.1349	0.0919
1985	0.1427	0.4839	0.1471	0.1341	0.0922
1986	0.1384	0.4896	0.1464	0.1330	0.0926
1987	0.1322	0.4955	0.1469	0.1319	0.0935
1988	0.1251	0.5011	0.1484	0.1307	0.0946
1989	0.1184	0.5056	0.1509	0.1293	0.0958
1990	0.1128	0.5086	0.1540	0.1277	0.0969
1991	0.1078	0.5101	0.1580	0.1262	0.0978
1992	0.1048	0.5088	0.1628	0.1250	0.0987
1993	0.1032	0.5054	0.1682	0.1238	0.0994
1994	0.1021	0.5009	0.1741	0.1230	0.0999
1995	0.1012	0.4959	0.1801	0.1226	0.1000
1996	0.1016	0.4900	0.1858	0.1228	0.0998
1997	0.1036	0.4826	0.1911	0.1236	0.0991
1998	0.1067	0.4744	0.1958	0.1249	0.0981
1999	0.1103	0.4661	0.2000	0.1268	0.0969
2000	0.1134	0.4592	0.2032	0.1289	0.0952
2001	0.1167	0.4494	0.2074	0.1324	0.0943

\* Les données pour 1975-2001 sont calculées à partir des prévisions de Statistique Canada : 91-514 et celles de 1947 à 1974 viennent de Statistique Canada : 91-512 et 84-201.

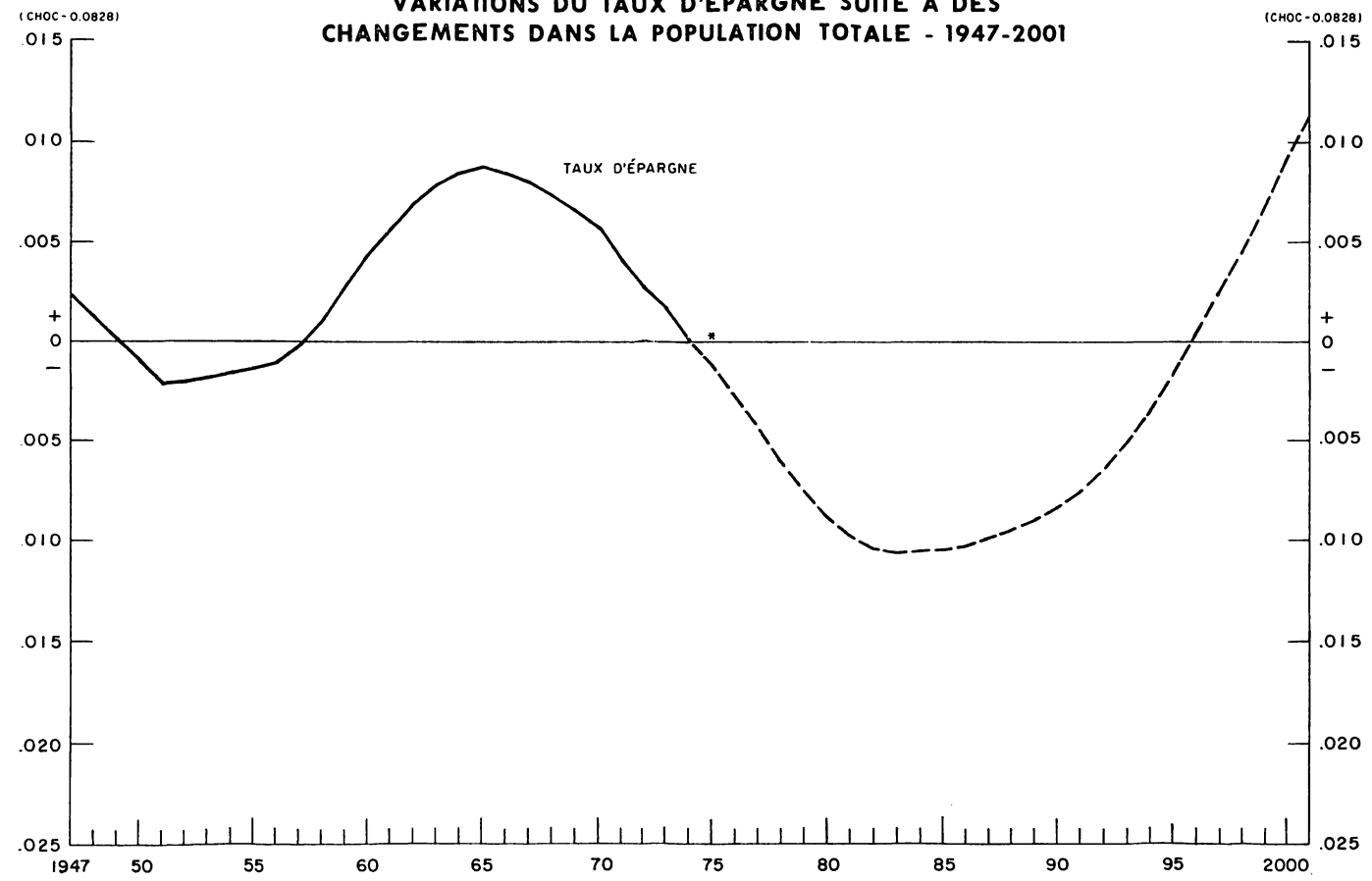
Nous voyons au graphique 3 que de 1947 à 1951 le taux d'épargne passe de 0.0851 à 0.0807. Puis il augmente à 0.0916 en 1965 pour ensuite baisser jusqu'à 0.0828 en 1974. Ces fluctuations du taux d'épargne résultent des variations de la structure de population (voir le tableau 1).

Graphique 2  
POPULATION AU CANADA SELON LES GROUPES D'ÂGE (1947-2001)



\* Prévisions démographiques de Statistique Canada.

**Graphique 3**  
**VARIATIONS DU TAUX D'ÉPARGNE SUITE À DES**  
**CHANGEMENTS DANS LA POPULATION TOTALE - 1947-2001**



\* Prévisions démographiques de Statistique Canada

Ainsi <sup>5</sup>, la proportion des jeunes de 20 à 24 ans passant de 0.1286 à 0.1521 (*baby boom*) au cours des années 1965 à 1974 joue un rôle dans la diminution du taux d'épargne pour cette période, puisque ces jeunes ont un taux d'épargne négatif dans notre modèle.

Pour la fin des années '80 notre modèle prévoit, *ceteris paribus*, une hausse du taux d'épargne parce que les jeunes du *baby-boom* auront alors 30 ans et seront des épargnants alors que la dénatalité des années '60 abaissera sensiblement la proportion des 20-24 ans. De même dans les années '90, le taux d'épargne restera élevé. Comme on peut le voir au graphique 3, les prévisions démographiques de Statistique Canada impliquent dans notre modèle une hausse du taux d'épargne d'environ 1.5% entre les années 1980 et 2001.

Les changements du taux d'épargne causés par les variations de la structure d'âge de la population sont importants et ils devraient entraîner, si on les ignore, des biais importants lors de l'estimation de la fonction de consommation agrégée. Un écart de 1% représente plus de 10% de la valeur moyenne du taux d'épargne. La variation totale du taux d'épargne due à la population, est de 1.1% : cette valeur est 3 fois plus grande que l'écart-type trouvé dans l'étude de V. Rochester [5]. Il faudrait donc tenir compte des facteurs démographiques lors de l'estimation de relations macro-économiques. Ceci est d'autant plus vrai, que nous n'avons pas quantifié une série de phénomènes démographiques (qui ont leur influence sur le taux d'épargne) comme : les variations dans la formation des ménages, le nombre de travailleurs par ménage, les variations dans la formation des ménages, le nombre de travailleurs par ménage, les variations de la fonction d'utilité (à travers le temps et entre les individus), etc.

#### 4.2 Hausse momentanée et non anticipée du taux d'intérêt

Dans notre modèle, un accroissement du taux d'intérêt réel aura comme premier effet d'accroître les revenus d'intérêt (équations 5 et 7) ; ce qui va permettre d'accroître (diminuer) la consommation compte tenu de la contrainte budgétaire. C'est ce que nous appelons l'effet de revenu. Puisque dans notre solution de référence les prêteurs sont plus nombreux que les emprunteurs, l'effet de revenu est positif. L'accroissement du taux d'intérêt, s'il est perçu comme permanent, incite les gens à consommer moins présentement pour consommer davantage plus tard. Comme nous le verrons plus loin, cet effet de substitution temporelle est fort important dans notre modèle du cycle de vie. Le troisième effet d'une hausse du taux d'intérêt est une réévaluation de richesse. Dans un univers où les

---

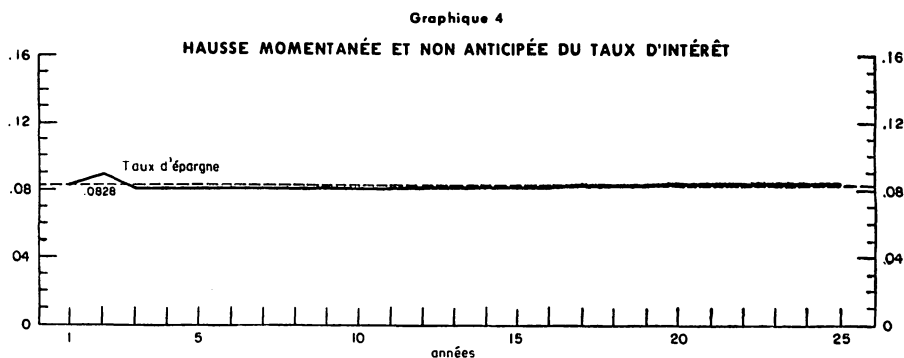
5. Ce choc est commenté avec plus de détails dans le rapport technique n° 18 de la Banque du Canada.

consommateurs détiennent des actifs (des dettes) à long terme dont le taux d'intérêt est fixé pour plusieurs années, la hausse du taux d'intérêt ferait tomber la valeur de ces actifs (dettes). Dans notre modèle, cet effet de réévaluation n'existe pas puisqu'au début de chaque année le consommateur investit sa richesse (emprunte) pour un an, au taux d'intérêt qui est défini uniquement à cet instant (voir section 2, hypothèse 5).

Dans les simulations qui suivent, l'accroissement du taux d'intérêt réel peut être interprété de deux façons différentes, la première étant une hausse du taux d'intérêt nominal sans variation du taux d'inflation, la seconde étant une baisse du taux d'inflation sans variation du taux d'intérêt nominal. Dans cette dernière optique, l'effet de revenu se manifeste non pas par un accroissement des revenus nominaux d'intérêt, mais par une baisse de prix qui permet d'obtenir, pour la même valeur nominale, plus de biens de consommation.

Dans notre solution de référence, le taux d'intérêt réel anticipé et réalisé est défini à 2% par année. Dans l'expérience suivante<sup>6</sup>, nous avons accru à la deuxième année le taux d'intérêt réel réalisé de 50 points de base, le faisant passer de 2% à 2.5% ; sur les périodes 3 à 100 nous l'avons maintenu au niveau de la solution de référence, soit 2%. Le taux d'intérêt réel anticipé, quant à lui, demeure à 2% sur toute la période de simulation.

L'augmentation non anticipée, mais réalisée, des revenus d'intérêt, jointe à l'absence de nouvelles décisions de consommation, résulte en un accroissement du taux d'épargne de .63% à la deuxième année. Au début de la troisième année, chaque travailleur prend la décision, compte tenu de sa fonction d'utilité micro-économique, de répartir la consommation de l'excédent de revenu épargné au cours de la période précédente sur l'ensemble des années qui lui restent à vivre. Ainsi au cours de l'année 3, 6.8% de cet excédent est consommé ; cette proportion, tel qu'indiqué par le graphique 4, s'amenuise lentement au cours des 54 prochaines années.



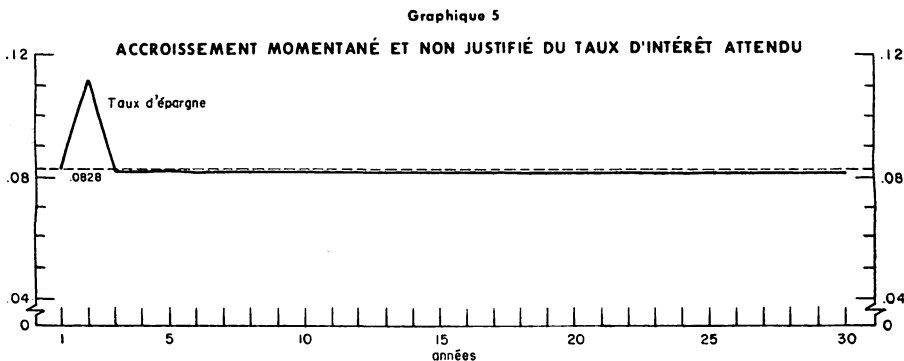
6. La population est stable au cours de ces chocs.

Dans notre modèle, l'amplitude de la réponse du taux d'épargne au choc de taux d'intérêt est fonction du ratio richesse/revenu. En effet, plus ce ratio est élevé, plus l'accroissement de revenu non salarial sera important et plus la hausse du taux d'épargne sera forte. Dans notre solution de référence, le ratio richesse/revenu est de l'ordre de 1.6, contre environ 3.5 dans le secteur personnel canadien<sup>7</sup>. Si nous avons tenté de reproduire cette situation dans notre modèle hypothétique, l'accroissement momentané du taux d'intérêt aurait eu un impact de près du double de celui rapporté au graphique 4. Il est important de noter que, dans la réalité économique, les consommateurs ne gardent qu'une faible partie de leur richesse en avoirs liquides de sorte qu'un accroissement momentané du taux d'intérêt n'affecte qu'une partie de leur richesse. Il ne faut donc pas en conclure que notre modèle sous-estime nécessairement l'impact de ce choc.

#### 4.3 *Accroissement momentané et non justifié du taux d'intérêt réel anticipé*

Contrairement au choc précédent, nous augmentons à la période 2 les taux d'intérêt attendus pour les années futures de 50 points, laissant les taux d'intérêt réalisés inchangés. L'année suivante, les attentes reviennent au niveau de la solution de référence. La dynamique est similaire à celle du choc précédent. La seule différence importante est l'amplitude de la réponse du taux d'épargne soit 2.97%, comparativement à 0.63%. Ce phénomène s'explique par la nature même du modèle du cycle de vie : les anticipations sur le taux d'intérêt sont plus importantes que le taux réalisé à la période courante.

Il est intéressant de noter qu'à la période 3 la baisse du taux d'épargne est moins forte que dans le choc précédent. De prime abord, on s'attendrait au contraire, parce que le niveau de la richesse de l'ensemble de la

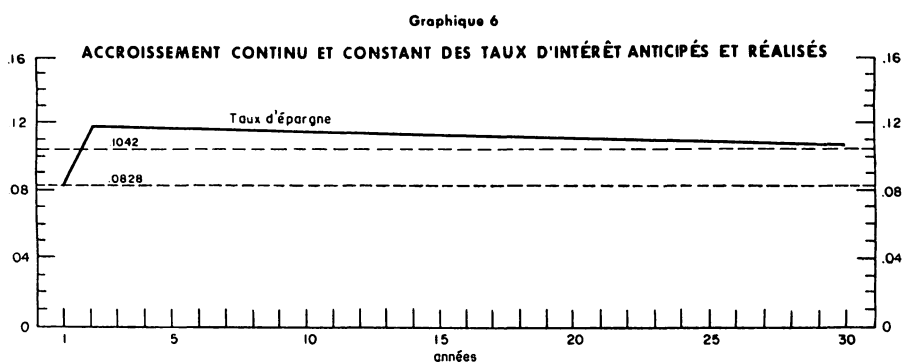


7. Voir ratio  $V/(YDP \cdot 4)$  avec les données de RDX2.

population étant plus élevé — les autres conditions étant les mêmes — on devrait consommer davantage, ce qui ferait tomber un peu plus le taux d'épargne. L'analyse des décisions au niveau micro-économique nous révèle que les gens de 50 ans et moins consomment davantage que dans le choc précédent. Par contre, et c'est ce qui a dominé, les personnes plus âgées ont agi autrement. Celles-ci ayant un niveau plus élevé de richesse que les plus jeunes et ayant moins de temps à vivre sont relativement peu influencées par un choc sur les taux d'intérêt anticipés et relativement plus touchées par les variations courantes du taux d'intérêt. Lors du choc précédent, les personnes âgées se sont donc empressées de réduire, via la consommation, l'excédent de richesse qui était chez eux plus important que chez les jeunes et qui provenait de revenus non salariaux non anticipés.

#### 4.4 *Accroissement continu et constant des taux d'intérêt anticipés et réalisés*

Par opposition à la solution de contrôle, où les taux d'intérêt anticipés et réalisés sont à 2% sur toute la période de simulation, nous avons défini dans l'expérience présente les taux d'intérêt anticipés et réalisés à 2.5% sur la période de simulation commençant à la seconde année. Au niveau micro-économique, une augmentation des taux d'intérêt a pour effet d'inciter les gens à retarder leur consommation afin de profiter d'un plus haut rendement sur leurs épargnes et d'avoir aussi un plus haut niveau de consommation lorsqu'ils seront plus âgés. Lors de ce choc, les 20-40 ans, qui représentent 50% de la population consomment moins et, malgré un revenu inférieur (paiements d'intérêt plus élevés), leur taux d'épargne est plus élevé. Les individus plus âgés ont un taux d'épargne supérieur à celui de la solution de référence parce que l'accroissement de leur revenu total est supérieur à celui de leur consommation. Il en résulte donc, au niveau agrégé, une hausse du taux d'épargne.



Tel que présenté au graphique 6 le taux d'épargne d'équilibre s'accroît de 2.14% par rapport à la solution de référence, passant de 8.28% à 10.42%. Cette augmentation ne se fait pas de façon graduelle. En effet dès la première année du choc, le taux d'épargne s'accroît de 3.57% et dépasse ainsi l'ajustement de long terme nécessaire. Cette brusque hausse s'explique par le fait que les consommateurs de plus de vingt ans tentent d'atteindre le plus rapidement possible leur nouveau profil de richesse désiré afin de maximiser leur utilité à long terme. Notons finalement que l'ajustement à la période 2 est supérieur dans cette expérience à celui de l'expérience précédente, parce qu'ici le taux d'intérêt réel réalisé est différent de sa valeur de contrôle, alors que dans l'expérience précédente il restait à 2%.

#### 4.5 *Variations observées du taux d'intérêt réel*

Dans l'expérience suivante, nous avons obligé le taux d'intérêt réel réalisé à suivre les fluctuations qu'a subies le taux d'intérêt réel sur les dépôts à terme d'un an dans les sociétés de fiducie pour la période 1955 à 1976. Tel qu'on peut le voir au graphique 7, il y a d'énormes fluctuations dans ce taux. Ainsi, il a atteint un maximum de 6% en 1971 pour tomber à un minimum de -3% en 1975. Sur la période de simulation, le taux d'intérêt réel attendu demeure à son niveau de contrôle, soit à 2%, reflétant l'hypothèse que les fluctuations du taux d'intérêt réel réalisé sont perçues comme aléatoires. Tel que présenté au graphique 7 et tel qu'escompté à l'aide de l'analyse du choc 4.2, le taux d'épargne réagit très rapidement et très fortement. Les sommets et les creux correspondent parfaitement ; l'amplitude des variations du taux d'épargne est supérieure à celle des variations du taux d'intérêt réalisé.

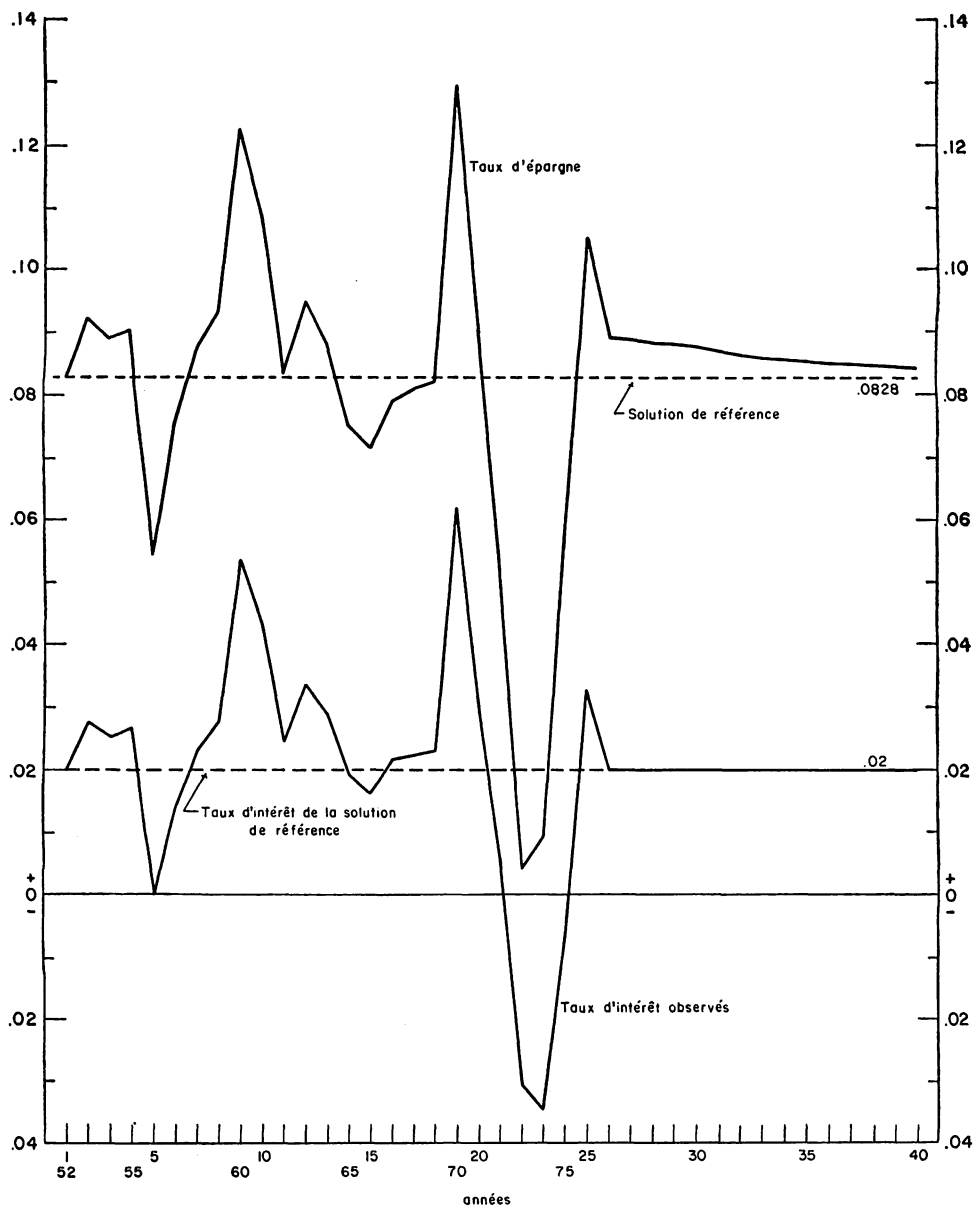
Nous avons refait le même choc en y apportant une modification aux attentes sur le taux d'intérêt. Nous avons choisi de façon arbitraire une règle de simulation qui réduisait respectivement de 60% puis de 30% l'écart entre le taux réalisé et le taux anticipé dans le contrôle (2%) pour les 2 périodes suivantes. Sur le reste de l'horizon, le taux attendu était de 2%. Cette modification n'affectait que très peu les résultats précédents et nous ne les présentons pas.

#### 4.6 *Augmentations momentanées des revenus salariaux*

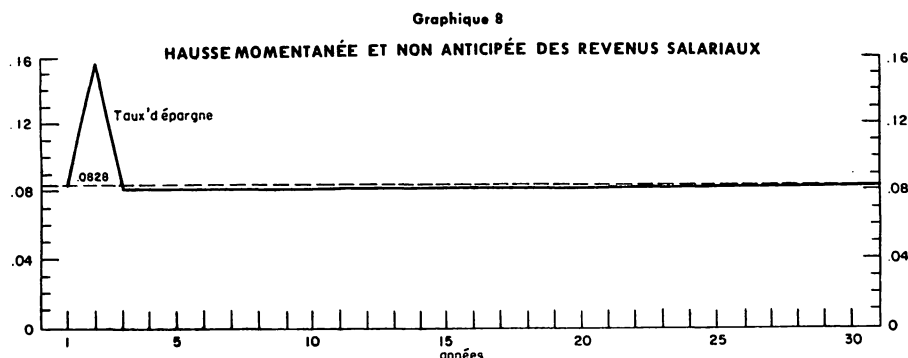
Afin de comprendre l'effet des variations de revenu sur le taux d'épargne, nous avons simulé un ensemble de chocs sur les revenus et analysé leurs effets dans notre modèle. Notre premier choc est un accroissement momentané (à la deuxième période) de .1 au revenu salarial de toute la population (y compris les retraités). Cette hausse qui représente en moyenne 10% du revenu salarial n'est pas anticipée et n'affecte pas les anticipations ultérieures.



Graphique 7  
CHOC DE TAUX D'INTÉRÊT OBSERVÉS



Les effets d'un tel choc sont similaires à ceux produits par le choc momentané du taux d'intérêt réalisé. Seule l'amplitude de la réponse est différente. Le taux d'épargne passe de 0.0828 à 0.1577 puis baisse à .0801 à la troisième période pour remonter progressivement à 0.0828 vers l'an 50, comme on le voit au graphique 8.



La consommation agrégée augmente initialement de .0052, comparativement à l'augmentation de .1 du revenu, d'où un accroissement de .0948 de l'épargne ; cette différence s'estompe avec les années. La propension marginale à consommer à court terme ( $pmcc = .052$ ) est donc très faible. A long terme, les gens consomment toute la hausse de revenu (la  $pmcl$  est 1). Il est important de noter que la  $pmcc$  est fortement influencée par la distribution de l'âge de la population. Comme on le voit au tableau suivant, elle est fort différente d'un groupe d'âge à un autre.

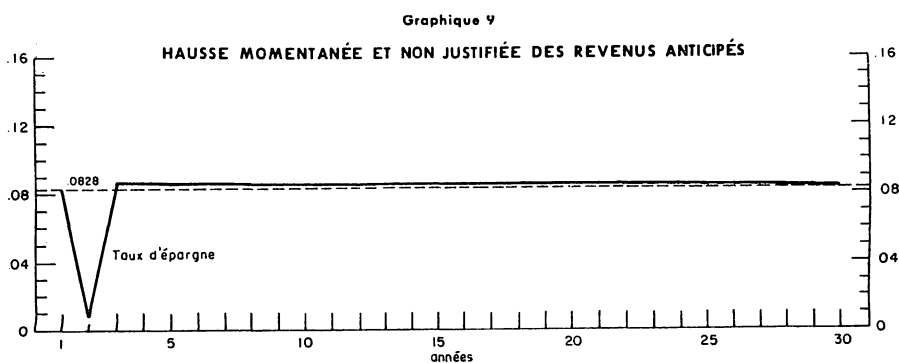
TABLEAU 2

PROPENSION MARGINALE À CONSOMMER À COURT TERME  
(hausse momentanée et non anticipée des revenus salariaux)

Groupes d'âge	pmcc à la période 2
20	.0222
30	.0256
40	.0319
50	.0433
60	.0698
70	.2027
74	1.0000

Aussi, si nous avions eu une population de référence où les personnes âgées auraient été proportionnellement plus nombreuses, la  $pmcc$  aurait été plus élevée.

Dans le deuxième choc, les revenus salariaux demeurent à leur niveau de contrôle, mais les revenus salariaux anticipés s'accroissent de .1 à la deuxième période pour revenir à leur niveau de contrôle pour les périodes subséquentes. L'effet de ce choc, tel qu'en témoigne le graphique 9, est très différent de celui du choc momentané et non anticipé (graphique 8).



A court terme, les consommateurs désirent profiter immédiatement de l'accroissement espéré de leur revenu et commencent immédiatement à accroître leur consommation. Dans le tableau suivant nous présentons pour différents groupes d'âge le ratio ( $\text{pmc}^*$ )<sup>8</sup> de l'accroissement de consommation en période 2 sur l'accroissement anticipé du revenu annuel (0.1).

TABLEAU 3

PROPENSION MARGINALE À CONSOMMER À COURT TERME  
(hausse momentanée et non justifiée des revenus anticipés)

Groupes d'âge	$\text{pmc}^*$
20	0.71
30	0.74
40	0.78
50	0.82
60	0.84
70	0.77
74	0

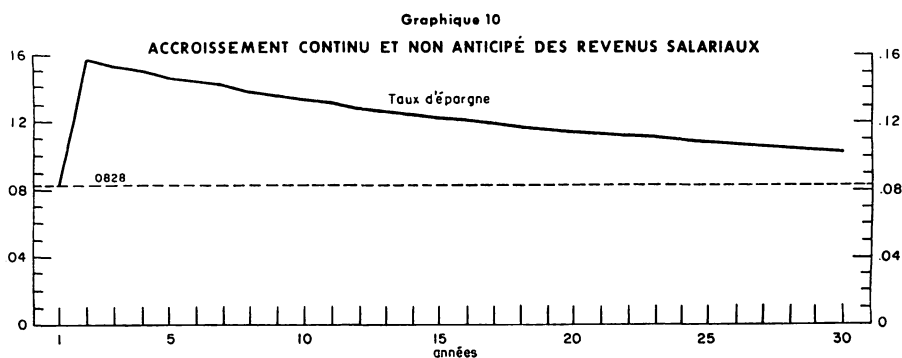
Au niveau agrégé, cette hausse de la consommation se traduit par une baisse de 7.32% du taux d'épargne.

8. Nous définissons  $\text{pmc}^*$  comme étant la différence entre la consommation lors du choc et la consommation lors de la solution de référence divisée par 0.1.

A la période suivante, les consommateurs doivent réduire leur consommation pour compenser la trop forte consommation de l'année précédente et la perte du revenu non salarial qui s'en est suivie, d'où un taux d'épargne agrégé légèrement supérieur à celui du contrôle. Durant les 53 années suivantes, les consommateurs reviennent lentement à l'équilibre de la solution de référence.

#### 4.7 Chocs continus du revenu

Cette fois-ci, nous maintenons l'accroissement de .1 des revenus salariaux sur toute la période de simulation ; les anticipations sur les revenus salariaux demeurent cependant à leur valeur de contrôle. L'impact obtenu à la période 2 est exactement le même que celui du choc précédent (voir graphique 8). Au cours des périodes suivantes, nous n'observons pas de chute du taux d'épargne, les consommateurs continuant d'être surpris par des entrées de revenus. Le taux d'épargne diminue lentement parce que les consommateurs, ne voulant laisser aucun héritage, sont forcés de consommer la richesse ainsi accumulée. De plus, cette hausse de 0.1 représente une proportion de plus en plus faible du revenu salarial.



Dans le choc suivant, nous augmentons comme précédemment de façon continue et constante les revenus salariaux, mais nous permettons aux attentes de s'ajuster parfaitement à cet accroissement. Il en résulte une dynamique significativement différente comme on peut le constater au graphique 11.

On remarque d'abord que l'accroissement initial du taux d'épargne est beaucoup plus faible que dans le cas précédent. Tel que démontré dans l'analyse du choc des anticipations, les consommateurs, sachant que leur revenu augmentera dans le futur, décident de consommer immédiatement une grande partie de l'augmentation de leur revenu. Au niveau micro-économique les pmcc sont beaucoup plus élevées que lors du choc pré-

cèdent tandis qu'au niveau macro-économique, la pmcc est de 0.825 à la période 2.

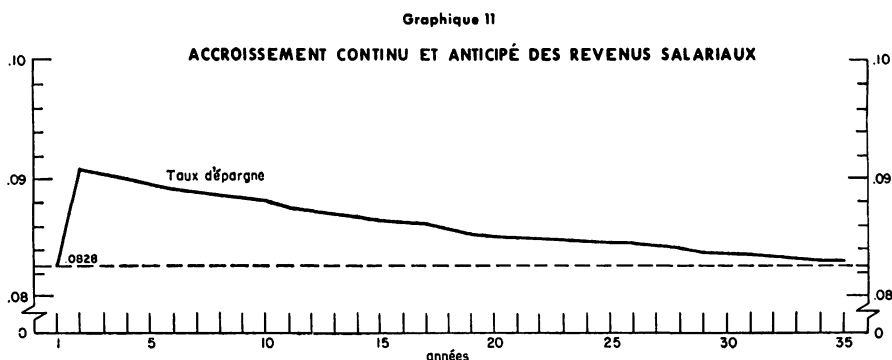


TABLEAU 4

PROPENSION MARGINALE À CONSOMMER À COURT TERME  
(accroissement continu et anticipé des revenus salariaux)

Groupes d'âge	pmcc
20	0.73
30	0.77
40	0.81
50	0.86
60	0.91
70	0.97
74	1.00

A long terme, on revient au taux d'épargne enregistré dans la solution de référence, les gens ayant été surpris par le choc devenant de moins en moins nombreux. Il est à noter qu'un choc multiplicatif (ex. accroissement de 10% des revenus salariaux) nous donne la même dynamique.

#### 4.8 Chocs observés sur le revenu

Finalement, nous avons laissé varier les revenus salariaux selon le revenu salarial réel disponible par travailleur qui a été observé au Canada<sup>9</sup>. Les gens anticipent un taux de croissance du revenu de l'ordre de 2%, comme dans la solution de référence. Il y a deux façons d'envisager le niveau initial de revenu sur lequel sera appliqué ce taux de croissance. Premièrement, nous pouvons définir ce niveau initial comme

9. Calculé à partir des données de RDX2 :  $1n(YDW/PCPI) = A + B \text{ QTIME}$ .

étant celui de la solution de contrôle. Ce scénario (hypothèse 1) implique que les gens sont conscients de l'effet transitoire des variations de revenu qu'ils viennent de subir et qu'ils choisissent un revenu plus normal comme base de prévision. Cette hypothèse nous permet de comparer ces chocs de revenu à celui présenté au graphique 8. La seconde façon dont nous avons défini le niveau initial de revenu a été d'utiliser simplement le nouveau revenu comme point de départ. Ce scénario (hypothèse 2) sous-tend beaucoup plus de variations dans les attentes ; par contre, comme nous le verrons plus loin, il est beaucoup plus près des formulations macro-économiques usuelles. Les résultats de ces deux simulations sont présentés au graphique 12.

La réponse du taux d'épargne, en utilisant l'hypothèse 1, est compatible avec celle présentée au graphique 8. Les fluctuations du revenu sont de l'ordre de plus ou moins 4% et génèrent dans notre modèle des fluctuations du taux d'épargne de même ordre de grandeur. Avec l'hypothèse 2, la réponse du taux d'épargne est plus faible (3 à 4 fois) et beaucoup plus lisse que dans le cas précédent. Cette différence s'explique de la façon suivante : lorsqu'il y a un accroissement de revenu, les attentes qui sont générées de ce point initial augmentent également, cette hausse engendre à son tour un accroissement de la consommation (voir graphique 9).

##### 5. ESTIMATION D'UNE FONCTION DE CONSOMMATION MACRO-ÉCONOMIQUE

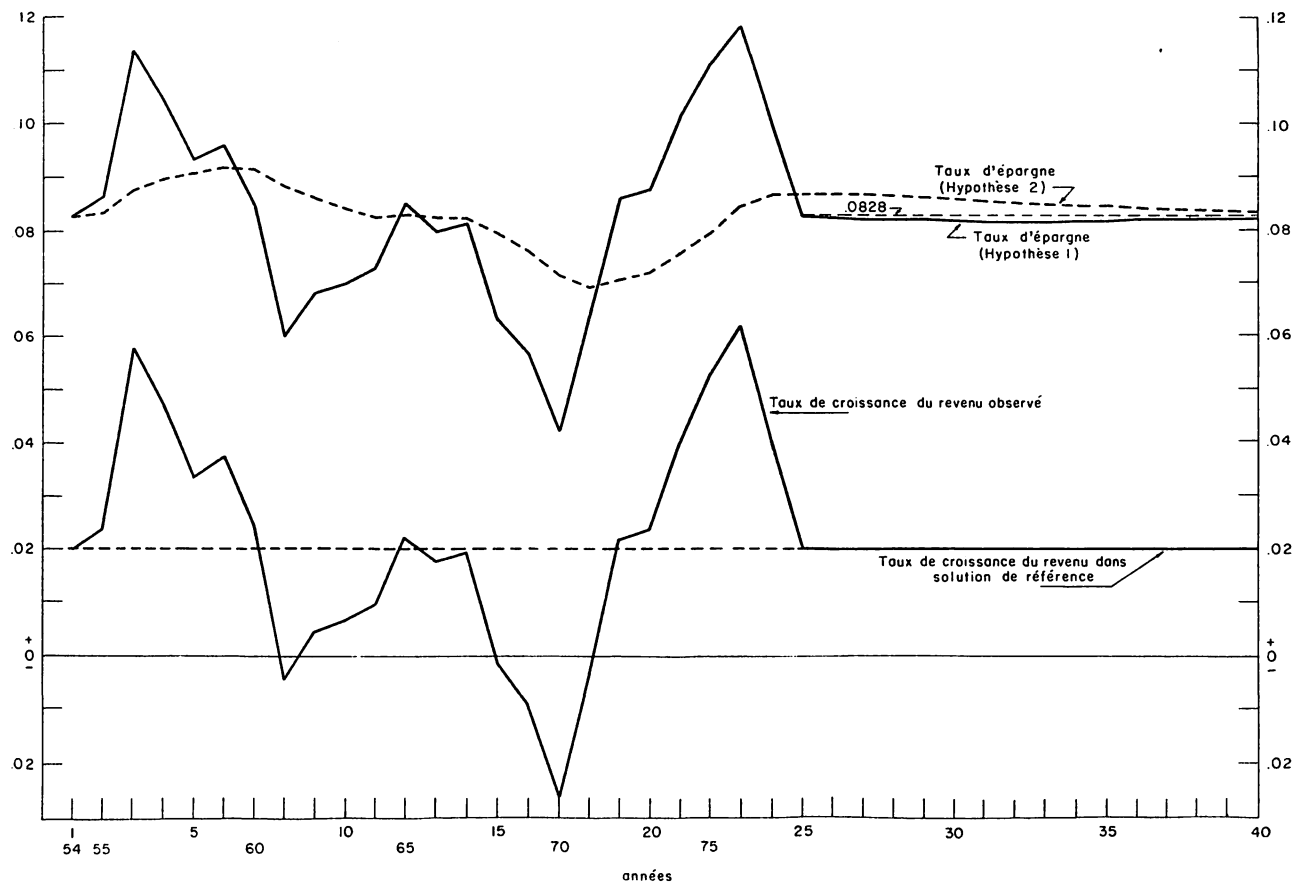
En admettant que les consommateurs prennent leurs décisions tel que décrit dans le modèle du cycle de vie, peut-on agréger cet ensemble de comportement pour obtenir une fonction macro-économique simple qui pourrait être estimée à l'aide des outils économétriques usuels ? Ando et Modigliani [1] se sont penchés sur ce problème et après avoir formulé l'hypothèse que la structure de population est fixe et que le revenu salarial courant ( $YW$ ) est une proportion fixe des revenus futurs actualisés, ils obtiennent la fonction suivante :

$$C_t = d + a YW_t + b A_{t-1} \quad (10)$$

Cette relation découle de l'agrégation de l'équation 5.

Afin de vérifier si cette fonction est capable de reproduire l'ensemble de la dynamique du modèle micro-économique, nous avons estimé l'équation 10 à partir des données agrégées générées par notre modèle et nous avons comparé la dynamique impliquée par cette équation à celle du modèle de base que nous avons décrite dans la section précédente. Le modèle de base utilisé pour la génération des données est celui que nous avons utilisé pour notre solution de référence, auquel nous avons ajouté simultanément trois chocs :

Graphique 12  
CHOCS OBSERVÉS SUR LE REVENU



- 1) la structure et la taille de la population de 1947 à 1974 (voir graphique 2),
- 2) les variations observées du revenu salarial (voir graphique 12),
- 3) les variations observées du taux d'intérêt réel (voir graphique 7).

La croissance du revenu salarial anticipé et le taux d'intérêt réel anticipé ont été fixés à 2% par année. Puisque nous avons utilisé deux hypothèses lors de la simulation du deuxième choc (voir section 4.8) nous avons créé deux bases de données :

- échantillon 1 : hypothèse 1, niveau des attentes inchangé,
- échantillon 2 : hypothèse 2, niveau des attentes variant avec le choc de revenu.

Quant à l'analyse des propriétés dynamiques de l'équation estimée, nous l'avons faite à l'aide du modèle suivant :

$$C_t = d + a YW_t + b A_t \quad (11)$$

$$YT_t = YW_t + YNW_t \quad (12)$$

$$YNW_t = r A_t \quad (13)$$

$$S_t = YT_t - C_t \quad (14)$$

$$A_t = A_{t-1} + S_{t-1} \quad (15)$$

$$TE_t = S_t / YW_t \quad (16)$$

où :

- $C_t$  : la consommation durant l'année  $t$
- $YW$  : le revenu salarial durant l'année  $t$
- $YT_t$  : le revenu total durant l'année  $t$
- $YNW_t$  : le revenu d'intérêt durant l'année  $t$
- $S_t$  : l'épargne durant l'année  $t$
- $A_t$  : la richesse au début de l'année  $t$
- $TE_t$  : le taux d'épargne durant l'année  $t$
- $r$  : le taux d'intérêt réel ( $r = .02$ )

Nous présentons au tableau 5 les résultats de l'estimation avec les mco. Pour cette première expérience, nous avons utilisé l'échantillon 2 qui devrait nous permettre de retrouver plus facilement la dynamique du modèle du cycle de vie, les revenus salariaux futurs actualisés étant une proportion fixe du revenu salarial actuel. Si on exclut la présence de résidus autocorrélés, la formulation agrégée standard du modèle du cycle de vie semble bien passer les tests empiriques (voir éq. 17) la pmc étant élevée et la richesse ayant un coefficient significativement non nul. Il faut cependant noter qu'une formulation qui s'apparente à l'hypothèse du revenu permanent et qui utilise le revenu salarial au lieu du revenu total a plus de succès (équations 20 et 21, forte baisse de l'écart-type). La structure de délais affectant le revenu et impliquée par les équations 19, 20 et 21 est cependant discutable.



TABLEAU 5  
ESTIMATION DE LA CONSOMMATION AVEC LES DONNÉES GÉNÉRÉES PAR NOTRE MODÈLE  
(échantillon 2)

	Variables explicatives							et	R2C	dw
	Cte	YW	YW <sub>-1</sub>	YW <sub>-2</sub>	C <sub>-1</sub>	A	YT			
17)	.0283 (1.6)*	.78920 (34)				.0893 (9)		.0089	.9995	.57
18)	-.0390 (2.1)	.617 (9)			.3829 (5.5)			.0128	.9989	.58
19)	-.059 (2.8)	.962 (9.3)	-.3545 (1.7)	.3828 (3)				.0155	.9983	.81
20)	.0125 (1.0)	.6822 (14.6)	-.5264 (3.8)	.0044 (.07)	.815 (5.3)	.0113 (.63)		.0056	.9998	1.55
21)	.0075 (.7)	.6815 (15)	-.597 (8)	.0225 (.4)	.8942 (10.4)			.0055	.9998	1.45
22)	.1051 (2.42)				1.18 (12.7)		-.1734 (1.8)	.028	.9946	1.36

\* test t

TABLEAU 6

ESTIMATION DE LA CONSOMMATION AVEC LES DONNÉES GÉNÉRÉES PAR NOTRE MODÈLE  
(échantillon 1)

	Variables explicatives							et	R2C	dw
	Cte	YW	$YW_{-1}$	$YW_{-2}$	$C_{-1}$	A	YT			
23)	-.0338 (1,1) *	.63 (10.6)				2.08 (5.6)		.029	.996	.79
24)	-.01 (.9)	.0055 (.11)			1.04 (19)			.0103	.9995	1.37
25)	-.093 (2.3)	.17 (.7)	.19 (.5)	.69 (2.4)				.035	.9942	.71
26)	-.018 (1.2)	-.0532 (.6)	.0824 (.7)	.026 (.2)	.999 (8.6)	-.0023 (.1)		.011	.9994	1.41
27)	-.018 (1.3)	-.049 (-.6)	.081 (.7)	.026 (.3)	.992 (12.5)			.011	.9995	1.41
28)	-.033 (3)				.924 (24)		.119 (3)	.0081	.9997	.93

\* test t

Tel que présenté au tableau 6, l'utilisation de l'échantillon 1 donne des résultats significativement différents. Avec l'équation standard du cycle de vie (23), nous obtenons une légère baisse de la *pmc* le revenu et une forte hausse du coefficient affectant la richesse. Compte tenu des résultats de simulation des chocs de revenu (section 4.6 et 4.7) nous nous attendions à une baisse beaucoup plus forte de la *pmc*. L'introduction de la consommation retardée répond à ces attentes et nous suggère d'utiliser de préférence les formulations qui sont habituellement utilisées pour décrire l'hypothèse du revenu permanent.

Nous avons simulé deux chocs (un accroissement continu de .1 du revenu salarial et un accroissement continu de .50 point du taux d'intérêt réel) sur 4 modèles :

modèle 1 : le modèle de base qui a généré les données,

modèle 2 : le modèle standard et estimé du cycle de vie  
équations 12 à 17,

modèle 3 : un modèle reflétant l'hypothèse du revenu permanent (utilisation de *YW*)  
équations 12 à 16 et équation 21,

modèle 4 : un modèle reflétant l'hypothèse du revenu permanent (utilisation de *YT*)  
équations 12 à 16 et équation 28.

Puisque dans les modèles 2, 3 et 4 l'impact d'un choc continu ou momentané est le même qu'il soit anticipé ou non, nous nous en tenons à des chocs continus et anticipés. Dans cette optique on peut donc dire que les modèles 2, 3 et 4 ne reproduisent pas certains mécanismes importants du modèle de base. Telle que présentée au tableau 7, la réponse au choc du revenu démontre très bien que le modèle 2 (équation standard du cycle de vie) nous donne une réponse adéquate, et ce, tant au niveau de la consommation qu'au niveau du taux d'épargne. Le modèle 3 fonctionne très bien aussi. Le modèle 4 par contre sous-estime la réponse de la consommation à court terme et la surestime à long terme.

Pour les modèles 2, 3 et 4, nous observons une performance beaucoup plus faible lors de la réponse au choc du taux d'intérêt. Dans ces trois modèles, nous ne voyons aucune baisse de la consommation provenant du déplacement temporel des décisions de consommation. L'effet qui domine est l'accroissement de richesse imputable à des taux d'intérêt plus élevés (effet de revenu). On est donc très loin d'avoir un modèle agrégé satisfaisant.

Comment expliquer ces résultats ? Cette situation est sûrement la conséquence directe des hypothèses simplificatrices utilisées lors de l'agrégation des décisions micro-économiques. A noter aussi qu'il y a deux pro-

TABLEAU 7  
SIMULATIONS DES MODÈLES AGRÉGÉS  
(choc-contrôle) \* 10000

t	Accroissement de $YW = .1$				Accroissement du taux d'intérêt = .5%			
	modèle 1	modèle 2	modèle 3	modèle 4	modèle 1	modèle 2	modèle 3	modèle 4
	C TE	C TE	t TE	C TE	C TE	C TE	C TE	C TE
1	824 71	789 109	681 201	119 680	-309 351	0 69	0 69	10 60
2	831 66	808 94	694 192	231 587	-312 347	7 65	0 71	19 53
3	837 59	825 81	728 165	336 501	-309 341	14 60	0 73	28 47
4	843 74	842 69	758 142	435 422	-305 329	21 56	0 74	37 41
5	849 57	857 58	784 122	529 350	-302 362	27 52	0 76	45 35
10	880 49	918 18	882 55	911 69	-224 310	56 37	0 85	84 13
20	933 18	991 -20	969 7	1354 -212	-96 199	102 21	0 103	144 -14
30	950 5	1027 -30	997 0	1510 -289	-154 248	141 15	0 121	189 -26
40	974 -1	1044 -31	1007 4	1496 -276	-110 229	181 12	0 141	227 -29
50	985 -3	1053 -28	1009 9	1388 -230	-27 218	225 11	0 161	263 -22
100	989 -1	1061 -12	1011 26	650 -49	-182 214	591 10	0 273	553 -22

L'HYPOTHÈSE DU CYCLE DE VIE

blèmes importants dont il faudrait tenir compte dans la formulation macro-économique : les variations de la structure de population et le processus d'actualisation des revenus.

Avant d'aborder cette question, nous désirons présenter l'estimation du modèle standard du cycle de vie faite à l'aide de la base des données de RDX2 :

mco, 1956-1974, données annuelles

$$\text{CON\$}_t = 1546 + .8367 YDW_t + .0413 V_{-1} \quad (29)$$

(4.1)      (8.9)                      (1.6)

$$\text{et} = 522 \quad R^2C = .9991 \quad dw = 1.28$$

où selon la notation de RDX2

$$\text{CON\$} = \text{CNDSD} * \text{PCNDSD} + \text{CS} * \text{PCS} + \text{CSMVOD} * \text{PCSMVOD}$$

Dans notre modèle, CON\$, YDW et V correspondent respectivement à C, YW et A. Ces résultats sont très similaires à ceux de Ando et Modigliani [1] qui ont obtenu des coefficients de .75 et de .042 respectivement sur le revenu et la richesse. En utilisant la première différence, ils ont réussi à accroître le coefficient de la richesse à .072. Cette dernière transformation n'a eu que très peu d'effets dans notre cas. La comparaison des équations 17 et 29 nous révèle que les coefficients affectant le revenu ont à peu près la même valeur alors que ceux affectant la variable de richesse ont un ratio de 2 à 1. La réponse du modèle agrégé formé des équations 29 et 11-16 au choc de taux d'intérêt serait sûrement plus faible que celle du modèle 2 présenté au tableau 7.

## 6. DÉVELOPPEMENT D'UNE FONCTION DE CONSOMMATION MACRO-ÉCONOMIQUE

Nous voulons discuter dans cette section de 4 problèmes relatifs à la fonction de consommation agrégée. Le premier a trait à l'insertion du taux d'intérêt dans la fonction de consommation. Nous discuterons ensuite d'une variable pour approximer le revenu permanent et le revenu transitoire. Le troisième problème consiste en un problème d'agrégation ; nous voulons tenir compte du fait que chaque groupe d'âge a une propension marginale à consommer différente. Finalement, nous voulons aborder le problème de la substitution temporelle entre la consommation et l'épargne.

Les fonctions de consommation usuelles, présentées à la section précédente ne nous ont pas permis de retrouver le modèle du cycle de vie, dont nous connaissons les propriétés. En réexaminant l'équation 5, on voit que la richesse est multipliée par  $(1 + r_t)$ . Cette multiplication est nécessaire afin de respecter la maximisation de la fonction d'utilité soumise à la contrainte budgétaire, compte tenu du fait que l'individu n'a pas besoin

de liquider sa richesse pour consommer immédiatement. Ainsi, dans notre modèle, le retraité de 74 ans consommera :  $c_{74} = a_{74}(1 + r_t)$ .

L'inclusion de cette distinction nous a permis d'obtenir les résultats suivants (avec l'échantillon 2) :

$$C_t = -0.0081 + 0.8338 YW_t + 0.0714 A_t(1 + r_t) \quad (30)$$

(-.5)      (38.8)      (7.6)

$$R2C = 0.9993 \quad dw = 0.13 \quad et = 0.010$$

Cette formulation n'améliore pas les résultats (voir équation 17), mais nous l'avons simulée quand même. Le modèle formé des équations 12 à 16 et de l'équation 30 (modèle 5) a été simulé avec les 2 chocs décrits à la section précédente.

Lors du choc de revenu, la consommation augmente peu laissant le taux d'épargne élevé. Ces résultats sont comparables à ceux obtenus avec le modèle 2. Avec un choc de taux d'intérêt, la consommation augmente à la première période, au lieu de diminuer, et cela est dû à la forme de l'équation 30. Ensuite, la consommation augmente plus dans le modèle 5 que dans le modèle 2, ce à quoi on pouvait s'attendre aussi.

Le modèle 5 n'est donc pas satisfaisant, puisque nous savons qu'une hausse du taux d'intérêt devrait réduire la consommation (voir tableau 7 — modèle 1).

L'échantillon 1 nous permet de trouver la relation suivante :

$$C_t = -0.0635 + 0.704 YW_t + 0.169 A_t(1 + r_t) \quad (31)$$

(2.68)      (21.4)      (8)

$$R2C = .9976 \quad dw = 0.78 \quad et = 0.0222$$

L'équation 31 donne de meilleurs résultats que l'équation 23, pourtant la simulation du modèle 6 formé des équations 31 et 12 à 16 nous donne des résultats tout aussi insatisfaisants.

Nous avons tenté de trouver une variable qui reproduirait le fait que les gens perçoivent les variations aléatoires du revenu salarial comme transitoires. Nous avons donc estimé la relation suivante :

$$\text{Log}(YW_t) = \hat{a}_0 + \hat{a}_1(Q)$$

où :  $Q = 1, 2, 3, \dots, n$ .

Nous avons ensuite défini le revenu estimé (ou permanent) comme étant :

$$YWEST_t = \exp(\hat{a}_0 + \hat{a}_1 Q),$$

et le revenu transitoire comme étant,

$$YWTRA_t = YW_t - YWEST_t.$$

Nous avons finalement estimé la fonction de consommation, à l'aide de ces variables. Avec l'échantillon 1, nous avons obtenu :

$$C_t = -.074 + 1.005 YWEST_t + .15 YWTRA_t - .012 A_t(1 + r_t) \quad (32)$$

(3.5)      (8)                      (.7)                      (.15)

$$R2C = 0.9982 \quad dw = 0.45 \quad et = 0.01955$$

Comme il fallait s'y attendre, la propension à consommer le revenu transitoire est très faible. Malheureusement, la richesse n'est pas significative ici. Cependant, si nous réestimons l'équation 32 sans  $YWTRA$ , le coefficient de la richesse devient  $-0.0585$  et le test  $t$  est  $-2.173$ .

Avec l'équation 2, la relation devient :

$$C_t = -.043 + .9 YWEST_t + .72 YWTRA_t + .04 A_t(1 + r_t) \quad (33)$$

(4.6)      (65)                      (39)                      (6.5)

$$R2C = 0.9998 \quad dw = 0.52 \quad et = 0.005$$

Les tests  $t$  et l'écart-type de cette équation sont très bons. Comme il fallait s'y attendre, avec l'échantillon 2, les propensions à consommer le revenu permanent et le revenu transitoire sont très semblables.

Plusieurs fonctions de consommation agrégées ont été estimées. Malheureusement, aucune ne s'est révélée très convaincante. Nous devons constater qu'il y a un problème d'agrégation, qui provient de la nature même du cycle de vie. En effet les propensions marginales à consommer sont différentes pour chaque groupe d'âge, de même que le revenu salarial et la richesse (les retraités n'ont aucun revenu salarial).

Nous avons :

$$C = CON_1 + CON_2 + CON_3 + \dots + CON_{11}. \quad (34)$$

La consommation totale au temps  $t$  est la somme de la consommation de chacun des groupes d'âges. Grâce à l'équation 34 on peut dire que :

$$CON_i = \beta_{0i} A_i(1 + r_t) + \beta_{1i} YW_i \text{ pour } i = 1 \text{ à } 9$$

et

$$CON_i = \gamma_{0i} A_i(1 + r_t) \text{ pour } i = 10 \text{ et } 11.$$

La véritable fonction de consommation agrégée du modèle du cycle de vie est donc :

$$C = \sum_{i=1}^9 (\beta_{0i} A_i(1 + r_t) + \beta_{1i} YW_i) + \sum_{i=10}^{11} \gamma_{0i} A_i(1 + r_t)$$

Nous avons 20 variables explicatives. Il est impensable d'estimer une telle équation surtout que nous n'avons pas les données observées concernant le revenu salarial et la richesse par groupe d'âge.

Nous avons décidé d'estimer la vraie fonction de consommation agrégée à l'aide des variables suivantes :

$P1$  = proportion des 20-35 ans (en moyenne 0.374)  
 $P2$  = proportion des 35-65 ans (en moyenne 0.539) et  
 $P3$  = proportion des retraités (en moyenne 0.0874).

La relation suivante a été estimée avec l'échantillon 1 :

$$\begin{aligned}
 C_t = & .02 - .25 P1_t(A_t)(1 + r_t) + .64 P2_t(A_t)(1 + r_t) \\
 & (5.8) \quad (.8) \quad (2.7) \\
 & - 1.33 P3_t(A_t)(1 + r_t) \quad (35) \\
 & (9.6) \\
 & - .14 P1_t(YW_t) + .35 P2_t(YW_t) + 2.5 P1_t(YWEST_t) \\
 & (.1) \quad (.5) \quad (1.7) \\
 & - .6 P2_t(YWEST_t) \\
 & (6)
 \end{aligned}$$

$$R2C = 0.9999 \quad dw = 2.36 \quad et = 0.0015$$

Le test de Durbin-Watson est maintenant acceptable ; les variables démographiques  $P1$ ,  $P2$  et  $P3$  semblent donc capter des variations chronologiques que  $YW_t$  et  $A_t$  ne parvenaient pas à faire.

La propension marginale à consommer la richesse est calculée par :

$$\begin{aligned}
 & -0.25 \times 0.374 + 0.64 \times 0.539 - 1.33 \times 0.0874 \\
 & = -0.0935 + 0.345 - 0.1162 = 0.1353.
 \end{aligned}$$

Ce résultat est comparable à celui de l'équation 31. La propension marginale à consommer le revenu salarial est peu significative et est calculée par :

$$-0.14 \times 0.374 + 0.35 \times 0.539 = -0.0524 + 0.1886 = 0.1362.$$

Ce résultat est comparable à celui obtenu lors du choc 4.6. La propension marginale à consommer le revenu salarial attendu est :

$$2.5 \times 0.374 - 0.6 \times 0.539 = 0.935 - 0.323 = 0.612.$$

Ce résultat s'approche de celui obtenu avec notre modèle (voir modèle 1, tableau 7).

La même relation a été estimée avec l'échantillon 2. Les variables  $YWEST$  n'étant pas significatives, nous avons réestimé la relation sans les inclure :

$$\begin{aligned}
 C_t = & .03 + .197 P1_t(A_t)(1 + r_t) - .06 P2_t(A_t)(1 + r_t) \quad (36) \\
 & (21) \quad (5.4) \quad (2.3) \\
 & + .43 P3_t(A_t)(1 + r_t) + .82 P1_t(YW_t) + .92 P2_t(YW_t) \\
 & (9.7) \quad (13.8) \quad (20.9)
 \end{aligned}$$

$$R2C = 1.0 \quad dw = 1.52 \quad et = .00067.$$



La propension marginale à consommer le revenu salarial est :

$$0.82 \times 0.374 + 0.92 \times 0.539 = 0.3067 + 0.4959 = 0.8026.$$

La propension marginale à consommer la richesse est :

$$0.197 \times 0.374 - 0.06 \times 0.539 + 0.43 \times 0.0874 \\ = .0737 - .0323 + .0376 = 0.079$$

Ces résultats sont très satisfaisants, mais nous n'avons pas encore résolu le problème de la substitution temporelle entre la consommation et l'épargne.

Tel que nous l'avons mentionné précédemment, les formulations agrégées ne reproduisent pas l'effet de substitution temporelle. Pour ce faire, il faudrait que les propensions marginales à consommer le revenu et la richesse soient fonction des variations dans le taux d'intérêt (passé, présent et futur).

$$pmc = f(\text{structure de population}, r_{t-n}, r_t, r_{t+m}).$$

On peut imaginer une structure de délais sur les taux d'intérêt attendus qui aurait un effet négatif à court terme et positif à long terme. Faute de temps, nous n'avons pas pu effectuer ces expériences, mais elles feront l'objet de recherches futures.

Pour terminer, nous présentons les résultats d'estimation d'une formulation générale appliquée sur les données de RDX2 (voir les équations 35 et 36).

mco, 1956-1974, données annuelles

$$\begin{aligned} \text{CON\$}_t = & 3548.2 + 2.4 P1_t(V_{-1_t})(1 + r_t) - 1.15 P2_t(V_{-1_t})(1 + r_t) \\ & (5.1) \quad (.6) \quad (.3) \quad (37) \\ & - 2.6 P3_t(V_{-1_t})(1 + r_t) + 17.8 P1_t(YDW_t) + 16.9 P2_t(YDW_t) \\ & (.07) \quad (.9) \quad (1) \\ & - 172.7 P3_t(YDW_t) - 24.5 P1_t(YDWEST_t) - 10.3 P2_t(YDWEST_t) \\ & (1) \quad (2.7) \quad (1.4) \\ & + 168.7 P3_t(YDWEST_t) \\ & (2.1) \end{aligned}$$

$$R2C = 0.99967 \quad dw = 2.186 \quad et = 306.13$$

où  $YDWEST = \exp(\hat{a}_0 + \hat{a}_1(Q))$  comme précédemment. Nous avons calculé les propensions marginales à consommer :

$$pmc YDW = 17.86 \times 0.3734 + 16.87 \times 0.5393 \\ - 172.738 \times 0.087322 = .6831$$

$$pmc V_{-1} = 2.4204 \times 0.3734 - 1.1527 \times 0.5393 \\ - 2.6258 \times 0.087322 = 0.0528$$

$$pmc YDWEST = -24.53 \times 0.3734 - 10.2627 \times 0.5393 \\ + 168.66 \times 0.087322 = 0.0335.$$

Même si l'écart-type est beaucoup plus faible avec cette formulation qu'avec la formulation standard (passant de 522 à 306), le signe de certains coefficients ainsi que leurs tests *t* nous laissent très perplexes. Disons cependant que les propensions marginales à consommer le revenu et la richesse sont comparables à celles de l'équation 29. Encore une fois, les résultats empiriques suggèrent une très forte pondération du revenu salarial actuel dans la formulation du revenu permanent attendu.

## 7. CONCLUSION

Dans les sections précédentes de ce texte nous avons donc tenté de jeter un peu de lumière sur la formulation macro-économique d'un modèle du cycle de vie. Dans une première étape, nous avons construit un modèle micro-économique qui produisait avec une certaine vraisemblance, les décisions prises selon l'hypothèse du cycle de vie et qui générerait, à l'aide des données observées sur la structure de la population canadienne, un ensemble de variables macro-économiques impliquées par ces décisions. Dans une seconde étape, nous avons analysé la dynamique de ce système par le biais d'un ensemble de simulations. C'est ainsi que nous avons pu analyser les effets de variations dans la structure de la population, et dans l'évolution des revenus et des taux d'intérêt. Dans une troisième étape, nous avons tenté d'estimer, à l'aide des données agrégées de notre modèle, des fonctions standard de consommation. Même si nous avons obtenu des estimations satisfaisant les critères économétriques usuels, ces fonctions, surtout en ce qui a trait au rôle du taux d'intérêt, ne reproduisaient pas de façon adéquate le modèle qui avait servi à la génération des données. Dans une dernière étape, nous avons testé les différentes formulations qui étaient susceptibles de nous donner une meilleure représentation du modèle de base. Cet exercice s'est avéré décevant.

De façon générale nous pouvons donc affirmer que le problème d'agrégation soulève de sérieuses difficultés au niveau de l'estimation des fonctions de consommation agrégées représentant l'hypothèse du cycle de vie. Il nous faudra donc pousser plus à fond notre recherche afin d'intégrer dans nos formulations macro-économiques un ensemble d'ajustements qui tiendraient compte notamment des variations de la structure de population et de la substitution temporelle. Quant à notre modèle micro-économique, il faudrait le complexifier afin de pouvoir étudier l'effet de réévaluation de la richesse.

Jean-Pierre AUBRY  
et  
Diane FLEURENT,  
*Banque du Canada.*

## RÉFÉRENCES

1. ANDO, Albert et MODIGLIANI, Franco, « The 'Life-Cycle' Hypothesis of Savings : Aggregate Implications and Tests », *American Economic Review*, mars 1963, 53, pp. 55-84.
2. BANK OF CANADA, « The Equations of RDX2 Revised and Estimated to 4Q72 », Ottawa, Banque du Canada, 1976, 279 p. (Rapport technique n° 5 de la Banque du Canada).
3. BUTTRILL WHITE, Betsy, « Empirical Tests of the Life Cycle Hypothesis », *American Economic Review*, septembre 1978, 68, pp. 547-559.
4. IRVINE, Ian, « Pitfalls in the Estimation of Optimal Lifetime Consumption Patterns », *Oxford Economic Papers*, juillet 1978, pp. 301-309.
5. ROCHESTER, Valerie, « A Model of Personal Savings Behaviour », non publié, Banque du Canada, filière n° 110-2-5.
6. THUROW, Lester C., « The Optimum Lifetime Distribution of Consumption Expenditures », *American Economic Review*, juin 1969, 59, pp. 324-329.
7. YAARI, Menahim E., « On the Consumer's Lifetime Allocations Process », *International Economic Review*, septembre 1964, 5, pp. 304-317.